实 Einstein Klein Gordon 系统非相对论极限的条件收敛定理

李凯凯主导研究　AI 系统协作推导与整理

2026 年 10 月 11 日

数学审阅稿。 本文将明确先验条件下的收敛定理与完整 EKG 参数一致 PDE 估计分开。定理 1、命题 2 和定理 3 的陈述及证明均在本文内给出。由精确初值推出先验条件的 B 与 D 技术链作为独立送审附件保存，不将检查点的结论标签当作证明。本文尚未经数学广义相对论或 math.AP 外部审阅。

摘要

研究三维渐近平坦 Einstein–Klein–Gordon 系统的非相对论读数极限。固定质量 m、引力常数 G 与归一化常数 $\hbar$，采用实标量场、双载频滤波和 harmonic 初始规范。首先由任意固定复 Schwartz 包络构造每个充分大 c 下精确满足 Einstein 两条约束的共形初值。其次证明：若真实 EKG 发展具有明确的共同寿命、统一包络正则性、趋零的非势误差及 Poisson 势残差，则滤波包络在 $C_t H^{s-4}$ 中收敛至 Schrödinger–Poisson 解，lapse 势在 $C_t W^{s-4,\infty}$ 中相应收敛。证明完整保留实 KG 的反旋项，用一次载频积分分部及四阶空间预算控制其贡献。已登记的 $O(v^{-1/5})$ 速率只在技术附件所声明的先验界成立时适用，未作优化。该结论属于经典实场的非相对论极限，不是量子引力定理。

关键词。 Einstein–Klein–Gordon；Newtonian 极限；Schrödinger–Poisson；受约束初值；条件稳定性；快速载频。

1 方程 约定与函数空间

空间为 $\mathbb{R}^3$，一个渐近平坦端，无内边界，宇宙学常数为零。固定 $m,\hbar,G>0$，参数 $c\to\infty$。在 $x^0=ct$ 坐标中采用号差 $(-+++)$，定义

$$\mu_c=\frac{mc}{\hbar},\omega_c=\frac{mc^2}{\hbar},\Omega_c=2\omega_c,\gamma=\frac{\hbar}{\sqrt{2m}},\kappa_c=\frac{8\pi G}{c^4}.$$

EKG 方程为

$$G_{\alpha\beta}(g_c)=\kappa_c T_{\alpha\beta},\quad(\Box_{g_c}-\mu_c^2)\phi_c=0,$$

(1.1)

$$T_{\alpha\beta}=\partial_\alpha\phi_c\partial_\beta\phi_c-\frac{1}{2}g_{\alpha\beta}\left(g^{\rho\sigma}\partial_\rho\phi_c\partial_\sigma\phi_c+\mu_c^2\phi_c^2\right).$$

(1.2)

这里 ϕ_c 是经典实场，$\hbar$ 出现在质量尺度及包络单位中，并不使 (1.1) 成为量子场方程。

写 ADM 度量为

$$g_c=-N_c^2(dx^0)^2+h_{ij,c}\left(dx^i+b_c^i dx^0\right)\left(dx^j+b_c^j dx^0\right).$$

本节 b_c^i 是 shift 分量；第 4 节小写标量误差 b_c^{err} 与其不同。令

$$n_c=N_c^{-1}\left(\partial_0-b_c^i\partial_i\right),\pi_c=n_c\phi_c,K_c=-1/2\,L_{n_c}h_c,k_c=tr_{h_c}K_c,\beta_c=c\,b_c.$$

初始约束采用

$$R(h)+k^2-|K|_h^2=2\kappa_c\rho_E,D^jK_{ij}-D_ik=-\kappa_c\pi D_i\phi,$$

(1.3)

其中 $\rho_E=1/2\left(\pi^2+|D\phi|_h^2+\mu_c^2\phi^2\right)$。

$H^a=H^a(\mathbb{R}^3)$ 是非齐次 L^2 Sobolev 空间；整数 $W^{a,\infty}$ 包括从零阶至 a 阶的有界空间导数。所有下文的常数允许依赖固定 $m,\hbar,G,s,T$ 和声明数据界，不能依赖 c。定义正 Newton 算子

$$N=(-\Delta)^{-1},Nf(x)=\frac{1}{4\pi}\int_{\mathbb{R}^3}\frac{f(y)}{|x-y|}dy.$$

衰减分支的 Newton 势是

$$\Phi[u]=-4\pi GmN|u|^2.$$

(1.4)

不要求具有 $1/|x|$ 尾部的势或归一化度量属于未加权 L^2。

2 精确受约束准备

定理 1。 固定 $\psi_0=f+ia\in S(\mathbb{R}^3;\mathbb{C})$，$f,a$ 为实函数。存在 $c_0<\infty$，使每个 $c\geq c_0$ 下均有唯一指定的小共形分支

$$h_c=u_c^4\delta,K_c=u_c^{-2}LW_c,\phi_c=2\gamma f,\pi_c=2\gamma\mu_c u_c^{-6}a,$$

(2.1)

$$(LW)_{ij}=\partial_i W_j+\partial_j W_i-2/3\,\delta_{ij}\operatorname{div}W,W_c=c^{-3}W_3.$$

它精确满足 (1.3)，光滑、完整、渐近平坦，且

$$u_c=1+c^{-2}v_0+O(c^{-4}),v_0=2\pi GmN|\psi_0|^2.$$

(2.2)

展开在 C_b 及每个固定有限阶的加权 Hölder 空间中成立。取初始 $N_c=u_c^{-2},b_c=0$ 及 $\partial_0 N_c=\partial_0 b_c=0$，则初始 harmonic 条件成立。

证明。 首先固定 $tr_h K=0$。共形变换直接给

$$D^jK_{ij}=u^{-6}\partial^j(LW)_{ij},|K|_h^2=u^{-12}|LW|_\delta^2,R(h)=-8u^{-5}\Delta u.$$

因此动量约束精确化为

$$\Delta_L W_c:=(\Delta+1/3\,\nabla\operatorname{div})W_c=-\frac{16\pi G\hbar}{c^3}a\nabla f.$$

(2.3)

令

$$\Gamma_{ij}(x)=\frac{1}{32\pi}\left(\frac{7\delta_{ij}}{|x|}+\frac{x_ix_j}{|x|^3}\right),W_{3,i}=\Gamma_{ij}*(16\pi G\hbar a\partial_j f).$$

$-\Delta_L$ 的 Fourier 符号逆为

$$|\xi|^{-2}\left(I-1/4\,\frac{\xi\otimes\xi}{|\xi|^2}\right);$$

与 Γ 对应，故 (2.3) 精确成立。Schwartz 源给 $D^\alpha W_3=O(|x|^{-1-|\alpha|})$。衰减齐次解为零：先取散度得调和的 $\operatorname{div}W$，再逐分量使用衰减调和函数唯一性。

Hamiltonian 约束则精确化为

$$-\Delta u_c=\frac{2\pi G m}{c^2}\left(u_c^{-7}a^2+u_c^5 f^2\right)+\frac{2\pi G\hbar^2}{m c^4}u_c|\nabla f|^2+\frac{1}{8c^6}u_c^{-7}|L W_3|^2,\quad u_c\to 1.$$

(2.4)

记 $H_f=\|N f^2\|_\infty$，类似定义 H_a,H_D,H_W，后两者分别使用 $|\nabla f|^2,|L W_3|^2$。这些量有限；最后一个源在无穷远为 $O(|x|^{-4})$，且原点附近光滑有界。

在完备闭集 $B=\{u\in C_b:1\le u\le 2\}$ 中，令 $A_c u=1+N[(2.4)\text{右侧}]$。取 c_0 足够大，使

$$\frac{2\pi G m}{c^2}\left(H_a+32H_f\right)+\frac{2\pi G\hbar^2}{m c^4}H_D+\frac{H_W}{8c^6}\le 1,$$

(2.5)

$$\frac{2\pi G m}{c^2}\left(7H_a+80H_f\right)+\frac{2\pi G\hbar^2}{m c^4}H_D+\frac{7H_W}{8c^6}\le 1/2.$$

(2.6)

正性与 (2.5) 给 $A_c B\subseteq B$。在 $[1,2]$ 上，u^{-7} 和 u^5 的 Lipschitz 常数分别不超过 7 和 80，故 (2.6) 给压缩性。Banach 不动点定理产生唯一小分支 u_c，由此得到精确初值，而非有限次迭代的近似初值。

同一估计先给 $\|u_c-1\|_\infty=O(c^{-2})$。将 u_c 与 1 比较，(2.4) 的 c^{-2} 项产生 v_0，其差为 $O(c^{-4})$，其余源也至少为此阶，得到 (2.2)。光滑性由局部椭圆正则性迭代。为明确加权结论，固定 $0<\alpha<1$、$-1<\delta<0$ 及有限整数 j，采用 $D^\ell v=O(\langle x\rangle^{\delta-|\ell|})$ 的加权 Hölder 范数。Newton 积分的近远区分割先给 $u-1=O(|x|^{-1})$；在半径可比于 $|x|$ 的球上缩放 (2.4)，局部 Schauder 估计逐阶给

$$\|u_c-1\|_{C^{j,\alpha}_\delta}\le C_j c^{-2},\quad \|u_c-1-c^{-2}v_0\|_{C^{j,\alpha}_\delta}\le C_j c^{-4}.$$

常数只要求在每个固定阶上一致。源可积，产生标准 $1/|x|$ 渐近平坦尾部；$1\le u\le 2$ 保证完整性。

最后 harmonic 条件写作 $\partial_\nu(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu})=0$。初始 $\partial_0 h=-2NK$ 且 $\mathrm{tr}\,K=0$，故零分量的 $\partial_0(-\sqrt{h}/N)$ 为零。空间分量为

$$\partial_j\left(N\sqrt{h}h^{ij}\right)=\partial_i\left(N u^2\right)=0,$$

shift 及其初始导数为零消去其余项。因此初始规范条件精确成立。证毕。

限定。 本定理只解初始约束。$N=u^{-2}$ 是初始化规则，不是以后成立的演化恒等式。c 与旧振幅参数 λ 不同。这里没有证明任意 harmonic 数据上的共同寿命。

3 双载频读数及精确滤波方程

对真实实场和法向导数定义

$$\psi_c=e^{i\omega_c t}\frac{\phi_c+i\,\pi_c/\mu_c}{2\gamma},\Phi_c=c^2\left(N_c-1\right).$$

(3.1)

逆变换严格为

$$\phi_c=\gamma\left(e^{-i\omega_c t}\psi_c+e^{i\omega_c t}\acute{\psi}_c\right),\pi_c=-i\,\gamma\,\mu_c\left(e^{-i\omega_c t}\psi_c-e^{i\omega_c t}\acute{\psi}_c\right).$$

(3.2)

由此

$$\rho_E/c^2=m|\psi_c|^2+\frac{|D\phi_c|_h^2}{2c^2}.$$

(3.3)

系数 γ 由 (3.3) 的质量密度归一化决定，没有倒填 SP 方程。空间压力仍含

$$T_{ab}/c^2=-m\delta_{ab}\Re\left(e^{-2i\omega_c t}\psi_c^2\right)+c^{-2}\left(D_a\phi_c D_b\phi_c-1/2\,\delta_{ab}|D\phi_c|^2\right).$$

快速压力一般不是小幅度项。

令 $D_c=\mathrm{div}_{h_c}\left(N_c\nabla_{h_c}\right)$，$\zeta_c=N_c c\,k_c$。实 KG 方程的 ADM 一阶形式为

$$\left(\partial_t-\beta_c\cdot\nabla\right)\phi_c=c\,N_c\pi_c,\left(\partial_t-\beta_c\cdot\nabla\right)\pi_c=c\left(D_c\phi_c+N_c k_c\pi_c-N_c\mu_c^2\phi_c\right).$$

将它们代入 (3.1)，再用 (3.2)，直接得到

$$\begin{aligned}i\hbar\left(\partial_t-\beta_c\cdot\nabla\right)\psi_c&=m\Phi_c\psi_c-\frac{\hbar^2}{2m}D_c\psi_c+\frac{i\hbar\zeta_c}{2}\psi_c\\&+e^{i\Omega_c t}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}D_c\acute{\psi}_c-\frac{i\hbar\zeta_c}{2}\acute{\psi}_c\right).\end{aligned}$$

(3.4)

这是精确身份，不删除负频，也不假定背景度量固定。定理 1 给

$$\psi_c(0)=f+iu_c^{-6}a,\ \|\psi_c(0)-\psi_0\|_{H^{s-4}}=O(c^{-2}).$$

(3.5)

对于本准备的 Schwartz 衰减乘子，(3.5) 由定理 1 的有限阶加权估计得到。

4 自含条件收敛定理

定理 3。 固定整数 $s\ge 8$，$r=s-4$，及 $\psi_0\in H^s$。令 ψ 为第 5 节构造的 SP 解，寿命为 $T_N>0$。固定 $0<T<T_N$。假设每个充分大 c 都有 $[0,T]$ 上的真实光滑 EKG 解，并满足：

H1 共同时间与包络正则性

$$\sup_{c,t\le T}\left(\|\psi_c(t)\|_{H^s}+\|\partial_t\psi_c(t)\|_{H^{s-2}}\right)\le R.$$

(4.1)

H2 非势误差 定义

$$a_c^{err}=\sup_{t\le T}\left(\|D_c-\Delta\|_{H^s\to H^r}+\|\beta_c\cdot\nabla\|_{H^s\to H^r}+\|\zeta_c\|_{W^{r,\infty}}\right)\to 0.$$

(4.2)

H3 势残差与初始误差

$$b_c^{err}=\sup_{t\le T}\|\Phi_c-\Phi[\psi_c]\|_{W^{r,\infty}}\to 0,\delta_{0,c}=\|\psi_c(0)-\psi_0\|_{H^r}\to 0.$$

(4.3)

则常数 C_* 与 c 无关，且

$$\sup_{t\le T}\|\psi_c(t)-\psi(t)\|_{H^r}\le C_*\left(\delta_{0,c}+a_c^{err}+b_c^{err}+\omega_c^{-1}\right),$$

(4.4)

$$\sup_{t\le T}\|\Phi_c(t)-\Phi[\psi(t)]\|_{W^{r,\infty}}\le b_c^{err}+C_*\sup_{t\le T}\|\psi_c(t)-\psi(t)\|_{H^r}.$$

(4.5)

因此两者分别在 $C([0,T];H^r)$、$C([0,T];W^{r,\infty})$ 中强收敛。

本定理不假定量子态、概率解释或 Fock 表示。它是实际实场滤波方程 (3.4) 的条件稳定性命题。下一两节给完整证明，不引用 A、B、D 检查点作证明。

5 SP 目标的局部存在及势的稳定性

引理 4。 若 $r \ge 2$，则 $F(u) = m\Phi[u]u$ 在 H^r 有界球上局部 Lipschitz；且

$$\| \Phi[u] - \Phi[v] \|_{W^{r,\infty}} \le C_R \| u - v \|_{H^r}.$$

(5.1)

证明。 $\rho = |u|^2 \in H^r \cap L^1$。Coulomb 积分在 $|x-y| \le 1$ 用 Cauchy–Schwarz、在其补集用 L^1，给 $\| \Phi[u] \|_\infty \le C(\| \rho \|_2 + \| \rho \|_1)$。Fourier 分区 $|\xi| \le 1$、$|\xi| > 1$ 给

$$\| \nabla \Phi[u] \|_{H^{r+1}} \le C_{G,m}(\| \rho \|_{L^1} + \| \rho \|_{H^r}).$$

低频处 $\hat{\rho}$ 有界，三维的 $|\xi|^{-2}$ 可积；高频的两个 Poisson 导数增益给该阶数。Sobolev 嵌入将此界连同零阶界转成 $W^{r,\infty}$ 界。

对密度差使用

$$|u|^2 - |v|^2 = (u - v)\acute{u} + v(\acute{u} - \acute{v}).$$

H^r 是乘法代数，且 L^1 差由 L^2 范数与 Cauchy–Schwarz 控制。重复上述势估计，得到 (5.1)。Leibniz 乘积界继而给

$$\| F(u) - F(v) \|_{H^r} \le C_R \| u - v \|_{H^r}.$$

证毕。

命题 2。 SP 系统

$$i\hbar \psi_t = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + m\Phi[\psi]\psi, \psi(0) = \psi_0$$

(5.2)

对 $\psi_0 \in H^s$、整数 $s \ge 2$，具有唯一局部解 $C([0, T_N); H^s)$，并满足 $\psi_t \in C_t H^{s-2}$。

证明。 自由群 $S(t) = \exp(i\hbar t\Delta/(2m))$ 在 H^s 上酉。对 $C_t H^s$ 中半径固定的球，映射

$$A\psi(t)=S(t)\psi_0-\frac{i}{\hbar}\int_0^t S(t-u)F(\psi(u))\,du$$

由引理 4 映入自身，并在 T_N 足够小时成为压缩。Banach 定理给存在唯一性；(5.2) 给时间导数的阶数。势由 (1.4) 唯一指定并趋于零，不另外加入 Poisson 初始自由数据。证毕。

6 反旋项与收敛证明

将 (3.4) 写为

$$i\hbar\psi_{c,t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_c+F(\psi_c)+e_c^{reg}-\frac{\hbar^2}{2m}e^{i\Omega_c t}\Delta\acute{\psi}_c,$$

(6.1)

其中完整规则误差为

$$\begin{aligned}e_c^{reg}=&\,i\hbar\beta_c\cdot\nabla\psi_c-\frac{\hbar^2}{2m}(D_c-\Delta)\psi_c+\frac{i\hbar\zeta_c}{2}\psi_c\\&+m(\Phi_c-\Phi[\psi_c])\psi_c\\&+e^{i\Omega_c t}[-\frac{\hbar^2}{2m}(D_c-\Delta)\acute{\psi}_c-\frac{i\hbar\zeta_c}{2}\acute{\psi}_c].\end{aligned}$$

(6.2)

H1–H3 与乘法界给

$$\sup_{t\le T}\|e_c^{reg}(t)\|_{H^r}\le C_R(a_c^{err}+b_c^{err}).$$

(6.3)

这保留每个实际项；没有把反旋几何误差另作无依据的慢时间假设。

引理 5。 对 H1 的 ψ_c，

$$I_c(t)=\int_0^t S(t-u)e^{i\Omega_c u}\Delta\acute{\psi}_c(u)\,du$$

满足

$$\sup_{t\le T}\|I_c(t)\|_{H^r}\le C_{R,T,m,\hbar}\Omega_c^{-1}.$$

(6.4)

证明。 仅对显式载频积分分部。令 $V(u)=S(t-u)\Delta\dot{\psi}_c(u)$，则

$$I_c(t)=\frac{e^{i\Omega_c t}V(t)-V(0)}{i\Omega_c}-\frac{1}{i\Omega_c}\int_0^t e^{i\Omega_c u}V'(u)\,du,$$

$$V'(u)=S(t-u)[-\frac{i\hbar}{2m}\Delta^2\dot{\psi}_c(u)+\Delta\partial_u\dot{\psi}_c(u)].$$

边界用 H^{r+2}，第一积分项用 $H^{r+4}=H^s$，第二项用 $\psi_{c,t}\in H^{r+2}=H^{s-2}$。H1 与酉性给 (6.4)，没有要求 ψ_{tt} 或势的时间导数。证毕。

定理 3 的证明。 对 (6.1) 和 (5.2) 作 Duhamel 相减。令 $D_c(t)=\|\psi_c(t)-\psi(t)\|_{H^r}$，引理 4、(6.3) 与 (6.4) 给

$$D_c(t)\le\delta_{0,c}+C_R T(a_c^{err}+b_c^{err})+C_{R,T}\Omega_c^{-1}+C_R\int_0^t D_c(u)\,du.$$

Gronwall 得 (4.4)，其中 $\Omega_c^{-1}=1/2\,\omega_c^{-1}$。由

$$\Phi_c-\Phi[\psi]=(\Phi_c-\Phi[\psi_c])+(\Phi[\psi_c]-\Phi[\psi])$$

及 (5.1) 得 (4.5)。每个解的连续性与全区间 supremum 趋零，给声明的强收敛。证毕。

推论 6。 若定理 1 的初值真实发展满足 H1–H3，且在固定速度单位 $c_{ref}>0$、$v=c/c_{ref}$ 下有

$$\delta_{0,c}=O(v^{-2}),a_c^{err}=O(v^{-1}),b_c^{err}\le C(v^{-1/5}+v^{-2}),$$

则两项最终误差均为

$$C_*(v^{-1/5}+v^{-1}+v^{-2})=O(v^{-1/5}).$$

(6.5)

这是非最优条件速率，不改变任何旧证书的指数。

7 完整 EKG 结论所依赖的 PDE 证书

定理 3 的完整证明没有推出 H1–H3。为将推论 6 用于真实 EKG，必须单独审查下表命题。这些是已有技术文件所提出并登记的 PDE 论证，不是本文为完成结论补造的假设。原冻结状态保存在附件；外部审稿应判断它们能否组成不遗漏余项的自含证明。

命题	必须证明的实际内容	送审关键点
B	A 准备下共同 $T_B>0$、H,U 的同阶一致能量及 continuation	完整修正能量；所有频段；最高阶旁微分余项
B 到 H1	$\psi_c\in H^s,\psi_{c,t}\in H^{s-2}$ 一致	法向与坐标导数转换；$1/\lvert x\rvert$ 尾部
非势接口	(4.2) 为 $O(c^{-1})$	真实 shift、$N\,c\,k$ 和空间算子
D 势接口	(4.3) 为 $O(v^{-1/5}+v^{-2})$	快压力、密度二阶时间导数、低频 Poisson
最终应用	定理 3 的 H1–H3 全部匹配	同一准备、同一物理时间、同一读数

原几何变量为 $H=c^2(g-\eta)$、$Z=H_t/c$，物质变量为

$$U=(\phi/\gamma,\partial_0\phi/(\gamma\mu_c),\nabla\phi/(\gamma\mu_c)),H_s=\|H\|_6+\|\nabla H\|_{H^s}+\|Z\|_{H^s},W_s=\|U\|_{H^s}.$$

不得将它换成原始 π_c 的一致界或 H 的未加权 L^2 界。

7.1 B 中真正使用的联合修正

技术链的目标能量是正对称双曲能量加密度—动量三次修正、平直频段修正及共同度量修正，不是被反例否决的裸点态估计。高槽共同使用

$$a=-g^{00},b^i=g^{0i}/a,A^{ij}=g^{ij}/a+b^ib^j,$$

$$R_0(p)=\sqrt{A^{ij}p_ip_j},R_\mu(p)=\sqrt{A^{ij}p_ip_j+\mu_c^2/a}.$$

shift 主相位利用 $k=u-v$ 的 $c\,b\cdot(u-v-k)=0$ 精确消去。超质量非对称区的最终修正分母为

$$\widetilde{\varphi}_{\tau r}=r\,R_\mu(u)-\tau\,R_0(u)-E_v-\tau(\lvert u-v\rvert-\lvert u\rvert),E_v=\sqrt{\lvert v\rvert^2+\mu_c^2}.$$

不能用 KG 和几何两个独立的度量根替代这个共同主部。已有文本登记

$$T_{s,c}^{A,ultra}=-\partial_t\Delta C+R_{good},\lvert R_{good}\rvert\le C_s(R)[(H_s+H_s^2)W_s^2+W_s^4],$$

及 $\widetilde{E}=E_{old}+16\pi G\,m\,\Delta C$。审稿需要检查全部符号、分支、量化和频段求和，不能只核验局部主符号。

若此完整链成立且 $\widetilde{E}$ 与原能量一致等价，则 $\dot{\widetilde{E}} \le C_s(R)(1+\widetilde{E})\widetilde{E}$ 经标量 ODE 比较与有限 c continuation 给共同 T_{B}。初始约束与 harmonic Cauchy 条件再通过 Bianchi 传播恢复完整 Einstein 方程。上述 implication 是标准闭合逻辑；最难的输入仍是联合估计本身。

7.2 D 中速率的具体来源

原势接口取 $\sigma = 8\pi G m$、$\rho_c = |\psi_c|^2$、$y_c = H_{00} - \sigma N \rho_c$。完整 00 方程重排为

$$(c^{-2}\partial_t^2 - \Delta) H_{00} = \sigma \rho_c - 3\sigma \Re\left(e^{-i\Omega_c t}\psi_c^2\right) + R_c.$$

实际几何残差的目标界为 $\| R_c \|_{H^{s-1}} \le C c^{-2}$。密度的精确表达为

$$\rho_{c,t} = P_{0,c} + \Re\left(e^{i\Omega_c t} P_{2,c}\right),$$

$$P_{0,c} = \beta_c \cdot \nabla \rho_c - \frac{\hbar}{m}\Im\left(\dot{\psi}_c D_c \psi_c\right) + \zeta_c \rho_c, P_{2,c} = \frac{i\hbar}{m}\dot{\psi}_c D_c \dot{\psi}_c - \zeta_c \dot{\psi}_c^2.$$

所以 ρ_{tt} 含 $i\Omega_c P_{2,c}$，不能说它一致为 $O(1)$。原低频切口估计登记

$$\| y_c \|_{C_t W^{r,\infty}} \le C\{\delta^{1/2} + \nu^{-2} + \nu^{-1}(1+\delta^{-2})\}.$$

取 $\delta = \nu^{-2/5}$ 才得到 $1/5$ 指数。势转换使用 $\Phi_c + 1/2\, H_{00} = O(c^{-2})$，不使用不传播的 lapse—体积关系。完整源展开、快源引理及每项阶数在 D 原件中逐条列出，随稿提交。

7.3 自含性的当前边界

本文的定理 3 是自含条件定理，定理 1 是自含初值构造。把第 7 节技术命题从附件进一步改写成一份无继承引用的完整 EKG PDE 论文，需要先核验每个被称为“旧已控项”的实际积分、量化算子和独立引理。现有原件作为完整候选证明链提交；不能仅凭文件齐全就宣称此项编辑工作或同行审查已经完成。

因此，本文不将 H1–H3 从数学条件偷换成自动成立的事实，也不把原研究“已冻结”升级成外部审稿认可。若 B、非势接口及 D 全部通过独立审核，推论 6 即给冻结 A 准备族上的目标 EKG→SP 结论，无需改变本节最终稳定性证明。

8 已知反例与结论范围

完整 harmonic 数据类上的旧裸配对一致估计已被反例否定，不能恢复。A 的零残余规范 Cauchy 数据只排除自由 residual harmonic 模，不使初始化的 lapse—体积关系传播。没有精确非零输出质量壳共振也不等于存在全频率统一相位间隔。

仅靠 $c \to \infty$ 不能把目标换成固定 Minkowski 背景自由 KG：$g - \eta = O(c^{-2})$ 与载频 $O(c^2)$ 相乘保留 $m\Phi/\hbar$ 的主响应。SP 的自引力不是本定理删除的误差。

本文不覆盖任意随 c 变化的高频准备、任意 EKG 初值、Einstein 场的量子化、完整量子引力、外部实验资格或所有曲率分量的收敛。最终结论限定为声明任务中的包络与 lapse 势读数的对应极限相容性。

9 外部审阅与贡献

优先请数学广义相对论或 math.AP 研究者审核受约束准备、参数一致寿命、变系数旁微分能量及势残差。审阅不要求接受任何哲学解释。正文定理 3 可独立复核；较强 EKG 主张必须连同技术附件审查。

研究问题、总体路线、边界与重大问题重构由李凯凯提出和主导；文献检索、证明展开、符号核验、反例搜索和稿件整理主要由 AI 系统协作完成。AI 输出和脚本均不替代独立数学证明。尚未取得外部审稿意见。

参考资料及证明定位

1. 本研究 A 原件：一般慢包络精确共形准备和 harmonic 初始兼容性。送审包中给出原路径与 SHA256。
2. 本研究 B 原件：全频率正规形、变系数交换子、mixed 能量、真实 A 规范传播、联合共同度量主部与最终能量闭合。候选证明链及全部失败点保留。
3. 本研究 D 原件：真实 00 源、密度载频导数、全频率势估计和最终稳定性应用。
4. P. G. LeFloch and Y. Ma, *Einstein–Klein–Gordon spacetimes in the harmonic near-Minkowski regime*, arXiv:2208.08676 (2022), https://arxiv.org/abs/2208.08676 。该文为 harmonic EKG 结构和近 Minkowski 方法来源，不是本文 c-一致 Newtonian 极限定理的现成证明。

送审附件。 原始技术链、反例、脚本、机器输出、来源与逐文件哈希；正文定理到原证书依赖表；数学审阅问题单。附件不改变原证书文字或原冻结状态。